【問題】

方程式 $x^2 - 2x - 2y + 5 = 0$ で表された放物線の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

☆ 1 定点と 1 定直線から等距離にある点の軌跡は？

$$\Longrightarrow \text{放物線} \left(\begin{array}{l} y^2 = 4px \text{ のとき,} \\ 1 \text{ 定点 (焦点) は } (p,\ 0) \\ 1 \text{ 定直線 (準線) は } x = -p \end{array} \right)$$

【問題】

楕円 $3x^2+4y^2-12x=0$ の焦点の座標および長軸, 短軸の長さを求めよ。

☆ 2 定点からの距離の和が一定となる点の軌跡は？

$$\Longrightarrow \text{楕円} \left(\begin{array}{l} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \ \ (a>0,\ b>0) \text{ のとき,} \\ \\ \text{2 定点 (焦点) は} \begin{cases} (\pm\sqrt{a^2-b^2},\ 0) & (a>b \text{ のとき}) \\ (0,\ \pm\sqrt{b^2-a^2}) & (a<b \text{ のとき}) \end{cases} \\ \\ \text{距離の和 (長軸の長さ) は} \begin{cases} 2a & (a>b \text{ のとき}) \\ 2b & (a<b \text{ のとき}) \end{cases} \end{array} \right)$$

【問題】

双曲線 $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$ の焦点の座標, 漸近線の方程式を求めよ。

☆ 2 定点からの距離の差が一定となる点の軌跡は？

$$\Longrightarrow \text{双曲線} \left(\begin{array}{l} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = \pm 1 \quad (a > 0,\ b > 0) \text{ のとき,} \\ \text{2 定点 (焦点) は} \begin{cases} (\pm\sqrt{a^2+b^2},\ 0) & \left(\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \text{ のとき} \right) \\ (0,\ \pm\sqrt{a^2+b^2}) & \left(\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = -1 \text{ のとき} \right) \end{cases} \\ \text{距離の差 (2 頂点間の距離) は} \begin{cases} 2a & \left(\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \text{ のとき} \right) \\ 2b & \left(\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = -1 \text{ のとき} \right) \end{cases} \\ \text{漸近線は } y = \pm\dfrac{b}{a}x \end{array} \right)$$

【問題】

双曲線 $x^2 - 4y^2 = 4$ の接線で, 点 $(2,\ 3)$ を通るものを求めよ。

☆ 2次曲線上の点 $(x_0,\ y_0)$ における接線

- $y^2 = 4px \Longrightarrow y_0 y = 2p(x + x_0)$
- $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \Longrightarrow \dfrac{x_0 x}{a^2} + \dfrac{y_0 y}{b^2} = 1$
- $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = \pm 1 \Longrightarrow \dfrac{x_0 x}{a^2} - \dfrac{y_0 y}{b^2} = \pm 1$

【問題】

楕円 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{49}=1$ 上の点 $\mathrm{P}(s,\ t)$ における接線と x 軸と y 軸とでできる三角形の面積の最小値を求めよ。

☆ 楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 上の点のパラメータ (媒介変数) 表示は？

$$\Longrightarrow \begin{cases} x=a\cos\theta \\ y=b\sin\theta \end{cases}$$