【問題】

1, 2, 3, 4, 5 の 5 つの数字から 3 つを選んで 3 桁の整数をつくる。

(1) 3 桁の整数はいくつできるか。

(2) 偶数はいくつできるか。

(3) 3 の倍数はいくつできるか。

☆ ${}_nP_r$ と ${}_nC_r$ の違いは？

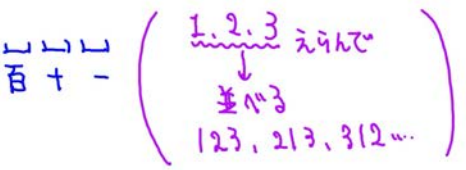
$$\Longrightarrow \begin{cases} {}_nP_r : \text{異なる } n \text{ 個から } r \text{ 個を選んで並べ替える} \\ {}_nC_r : \text{異なる } n \text{ 個から } r \text{ 個を選んで並べ替えない} \end{cases}$$

☆ 倍数の識別 (数を並べて作るとき)

$$\Longrightarrow \begin{cases} 2 \text{ の倍数} : \text{一の位が } 2 \text{ の倍数} \\ 3 \text{ の倍数} : \text{各位の和が } 3 \text{ の倍数} \end{cases}$$

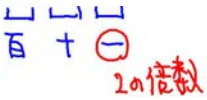
【解答】

(1)＊異なる5つの数字から3つ選んで並べる。



${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (通り)

(2)＊一の位が2の倍数になるときを考える。



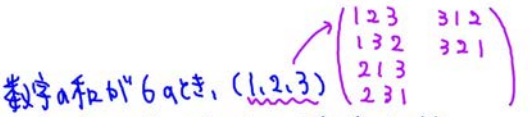
一の位は 2 or 4 の 2パターン

百, 十の位は, 一の位の数字以外から2つえらんで並べるので

${}_4P_2$ (通り)

${}_4P_2 \times 2 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (通り)

(3)＊各位の数字の和が3の倍数になるときを考える。



数字の和が6のとき, (1, 2, 3)

数字の和が9のとき, (1, 3, 5), (2, 3, 4)

数字の和が12のとき, (3, 4, 5)

これらのパターンについて, 3! (通り) の並び方があるので, $4 \times 3! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)

【問題】

男子４人, 女子３人の合わせて７人を円形に並べるとき,

(1) 並べ方は全部で何通りあるか。

(2) 女子３人が隣り合う並べ方は何通りあるか。

(3) 女子３人がどの２人も隣り合わない並べ方は何通りあるか。

☆ 円順列の考え方はどんな問題で使う？

$\Longrightarrow$ 回転させたときに区別がなくなるとき (三角形でも $\cdots$) に使い, 1つ固定して考える

☆ 順列で隣り合う, 隣り合わないと聞かれたら？

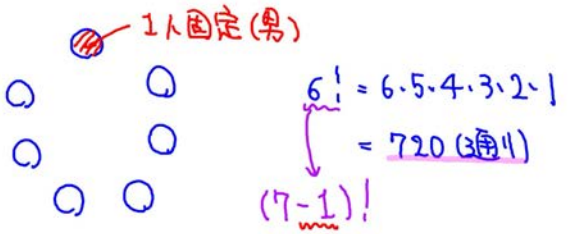
$\Longrightarrow$ 隣り合う：1つとみなす

隣り合わない：(i) 全体 − 隣り合う

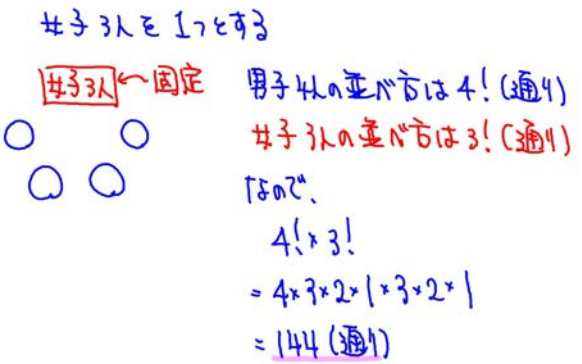
(ii) すき間に並べる

【解答】

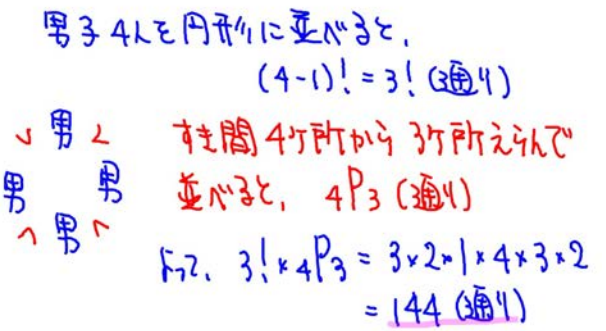
(1)＊円順列では, 1人を固定して考える。



(2)＊女子3人を1つのグループで考える。
グループ内の並べ替えにも注意。



(3)＊今回は、男子を先に並べて、すき間に女子を入れる。



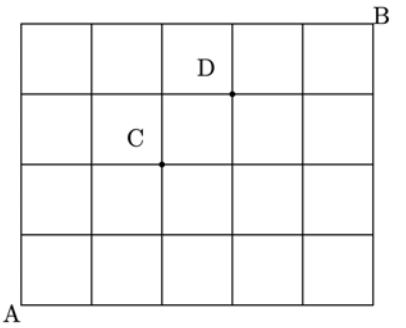
【問題】

図のような街路がある. 次の場合,
最短距離で行く方法は何通りあるか。

(1) A から B へ行く。

(2) A から C を通って B へ行く。

(3) A から C, D を通って B へ行く。



☆ 経路問題の 2 つの方法

$$\Longrightarrow \begin{cases} \text{(i)} & \rightarrow \text{と} \uparrow \text{を並べる} \\ \text{(ii)} & \text{交差点に数字を書いていく} \end{cases}$$

☆ かつ ⇒ 掛け算 , または ⇒ 足し算

【解答】

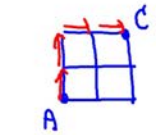
(1)＊本質は, 矢印の並べ替え。

↑×4, →×5 を並べると,

$$\frac{9!}{4!5!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 126 \text{(通り)}$$

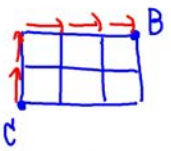
$$\frac{(たて+よこ)!}{(たて)!\cdot(よこ)!}$$

(2)＊どのブロックを通るのかに注意をしよう。



A→C について,

$$\frac{4!}{2!2!} \text{(通り)}$$



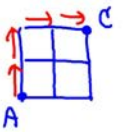
C→B について

$$\frac{5!}{2!3!} \text{(通り)}$$

なので $\frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{2!3!}$

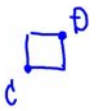
$$= \frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot2\cdot1} \times \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1} = 60 \text{(通り)}$$

(3)＊どのブロックを通るのかに注意をしよう。



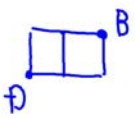
A→C について

$$\frac{4!}{2!2!} \text{(通り)}$$



C→D について

2 (通り)



D→B について

$$\frac{3!}{1!2!} \text{(通り)}$$

なので, $\frac{4!}{2!2!} \times 2 \times \frac{3!}{1!2!}$

$$= \frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot2\cdot1} \times 2 \times \frac{3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot1} = 36 \text{(通り)}$$

【問題】

袋 A に赤玉が 3 個, 白玉が 2 個, 袋 B には赤玉が 8 個, 白玉が 4 個入っている. このとき, 無作為に 1 つの袋を選んで 2 個の玉を取り出す。

選ばれた玉が2個とも赤玉であるとき, それが袋 A から選ばれている確率を求めよ。

☆ 確率では同じものでも区別する。

☆ 袋などから同時に取り出す問題のときは何を使う？

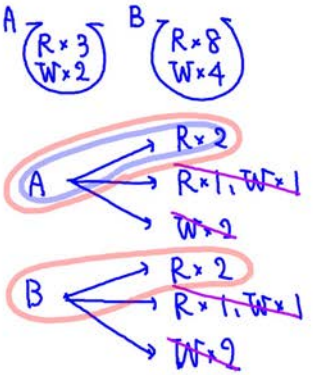
$\Longrightarrow {}_nC_r$ を利用する

☆ A が起こるという条件のもとで, B が起こるという条件付き確率において困ったら？

$$\Longrightarrow P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$$

【解答】

＊条件付き確率では, どの部分を全体として考えるのかに注意する。



Aをえらんで、R×2となるのは,

$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}$$

Bをえらんで、R×2となるのは,

$$\frac{1}{2}\times\frac{{}_8C_2}{{}_{12}C_2}=\frac{1}{2}\times\frac{14}{33}$$

であり、求める確率は,

$$\frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\times\frac{14}{33}}$$

$$=\frac{\frac{3}{10}\times 330}{\left(\frac{3}{10}+\frac{14}{33}\right)\times 330}$$

$$=\frac{99}{99+140}=\frac{99}{239}$$

【問題】

数直線上を動く点Pがある。Pは原点から出発し，サイコロを投げて偶数の目が出たとき $+2$ だけ，奇数の目が出たとき -1 だけ動くものとする。サイコロを4回投げたときの点Pの座標を X とするとき，

(1) X のとり得る値をすべて求めよ。

(2) X の期待値を求めよ。

☆ 1回の試行で事象 A が起こる確率を p とする。この試行を n 回行う反復試行において，A がちょうど r 回起こる確率は？

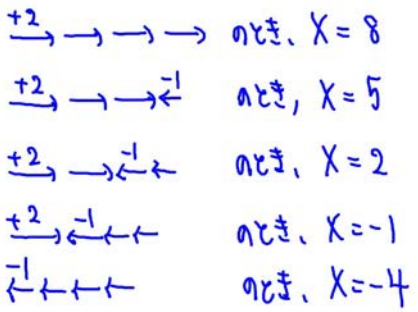
$\Longrightarrow {}_n\mathrm{C}_r p^r (1-p)^{n-r}$

☆ 期待値の求め方は？

$\Longrightarrow$ (取りうる値)×(確率) の和

【解答】

(1)＊具体的に書き出す。



(2)＊反復試行の解き方の確認。期待値の計算では、「くくり出し」を利用しよう。

