【問題】

三角形 OAB において, 辺 OA の中点を M, 辺 OB を $2:1$ に内分する点を N とするとき, AN と BM の交点を P とする。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

☆ 点 P が直線 AB 上

$$\Longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{AP}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}} \\ \text{または} \\ \overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-k)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+k\overrightarrow{\mathrm{OB}} \end{cases}$$

【問題】

$|\overrightarrow{a}| = 2,\ |\overrightarrow{b}| = 3,\ |\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}| = \sqrt{7}$ とするとき, 次の値を求めよ。

(1)　内積 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

(2)　$\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角 θ

(3)　$|3\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}|$

☆ 内積の問題 (成分表記ではない)

$\Longrightarrow \overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b}$ で表して展開し, $|\overrightarrow{a}|,\ |\overrightarrow{b}|,\ \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ に分解する

☆ ベクトルでなす角

$$\Longrightarrow \cos\theta = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}$$

☆ $|\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}|$

$\Longrightarrow$ 2 乗して展開

【問題】

$\overrightarrow{a} = (3,\ -1),\ \overrightarrow{b} = (1,\ 2),\ \overrightarrow{c} = (-2,\ 3)$ のとき, 以下の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{c}$ が平行となるときの t の値を求めよ。

(2)　$\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{c}$ が垂直になるときの t の値を求めよ。

☆ $\overrightarrow{a} = (x_1,\ y_1),\ \overrightarrow{b} = (x_2,\ y_2)$ の内積および大きさ

$$\Longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = x_1x_2 + y_1y_2 \\ |\overrightarrow{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \end{cases}$$

☆ $\overrightarrow{a} /\!/ \overrightarrow{b}$ となる条件

$$\Longrightarrow \overrightarrow{a} = k\overrightarrow{b}$$

☆ $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ $(\overrightarrow{a} \neq 0,\ \overrightarrow{b} \neq 0)$ となる条件

$$\Longrightarrow \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$$

【問題】

3 点 $\mathrm{A}(1,\ 2,\ -1),\ \mathrm{B}(-1,\ 3,\ 1),\ \mathrm{C}(0,\ 3,\ -1)$ がある。

(1)　四角形 ABCD が平行四辺形であるとき, 点 D の座標を求めよ。

(2)　$\angle \mathrm{BAC}$ を求めよ。

☆ $\overrightarrow{a} = (x_1,\ y_1,\ z_1),\ \overrightarrow{b} = (x_2,\ y_2,\ z_2)$ の内積および大きさ

$$\Longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \\ |\overrightarrow{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \end{cases}$$

☆ ベクトルでなす角

$$\Longrightarrow \cos\theta = \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|}$$

【問題】

四面体 OABC の辺 OA の中点を L, 辺 OB を 1 : 3 に内分する点を M, 辺 OC を 3 : 1 に内分する点を N, 三角形 ABC の重心を G とし, 直線 OG が三角形 LMN と交わる点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いて表し OP : PG を求めよ。

☆ 点 P が直線 AB 上

$$\Longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{AP}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}} \\ \text{または} \\ \overrightarrow{\mathrm{OP}} = (1-k)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + k\overrightarrow{\mathrm{OB}} \end{cases}$$

☆ 点 P が平面 ABC 上

$$\Longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{AP}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}} + t\overrightarrow{\mathrm{AC}} \\ \text{または} \\ \overrightarrow{\mathrm{OP}} = (1-s-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{OB}} + t\overrightarrow{\mathrm{OC}} \end{cases}$$