共通テスト対策 数学IIB

1. 2022年度 問題構成・配点

例年と変わらず、大問1・2が必答問題, 大問3~5が選択問題で2問選択。必答問題の配点が全体の60%なので、この部分の得点率をあげることが重要。選択問題は、多くの人が「数列」と「ベクトル」を選択している。

大問1 (30点)
[1]図形と方程式、三角関数
[2]指数関数・対数関数

大問2 (30点)
[1]微分法
[2]積分方

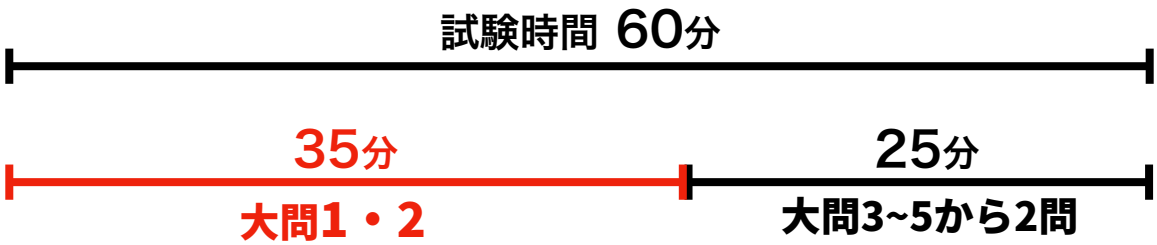
大問3(20点) 確率分布と統計的な推測

大問4(20点) 数列

大問5(20点) ベクトル

2. 試験時間

全体で60分。得点比率に合わせて、時間を配分。得点の比率が大問1・2が大きいので、そこに時間をかける。また、各大問ごとの目標時間を決めておく。問題を解くときは, その時間を意識して, 解答が終わっていなくても次の問題に進むようにする。問題の分量がとても多いので, 時間を意識した演習を多く積んでおくことは高得点を取る上で非常に重要となる。



*注意点

60分で解けるようになってきたら、
55分で解く練習をして見直しの時間を
確保する

3. 設問の分析 大問2 [1]微分法

〔1〕 a を実数とし，$f(x) = x^3 - 6ax + 16$ とおく。

(1) $y = f(x)$のグラフの概形は

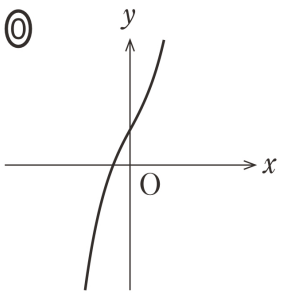
$a = 0$ のとき，［ア］

$a < 0$ のとき，［イ］

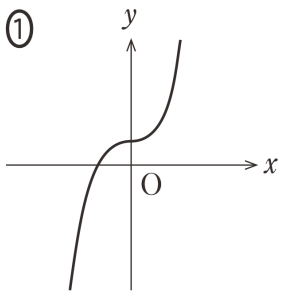
である。

［ア］，［イ］については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

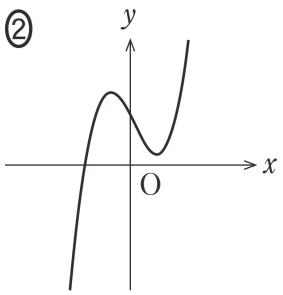
⓪



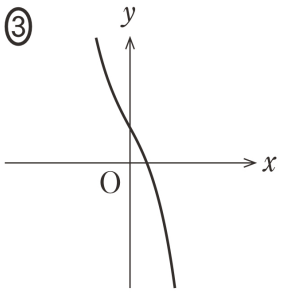
①



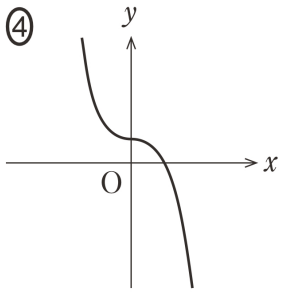
②



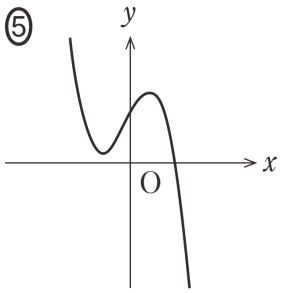
③



④



⑤



⑵　$a > 0$ とし，p を実数とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ が 3 個の共有点をもつような p の値の範囲は［ウ］$< p <$［エ］である。

$p =$［ウ］のとき，曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ は 2 個の共有点をもつ。それらの x 座標を q，r $(q < r)$ とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ が点 $(r,\ p)$ で接することに注意すると

$$q = \boxed{\text{オカ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\,a^{\frac{1}{2}},\quad r = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,a^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。

［ウ］，［エ］の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　$2\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}} + 16$	①　$-2\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}} + 16$
②　$4\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}} + 16$	③　$-4\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}} + 16$
④　$8\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}} + 16$	⑤　$-8\sqrt{2}\,a^{\frac{3}{2}} + 16$

⑶　方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の⓪～⑤のうち，正しいものは［ケ］と［コ］である。

［ケ］，［コ］の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪　$n = 1$ ならば $a < 0$	①　$a < 0$ ならば $n = 1$
②　$n = 2$ ならば $a < 0$	③　$a < 0$ ならば $n = 2$
④　$n = 3$ ならば $a > 0$	⑤　$a > 0$ ならば $n = 3$

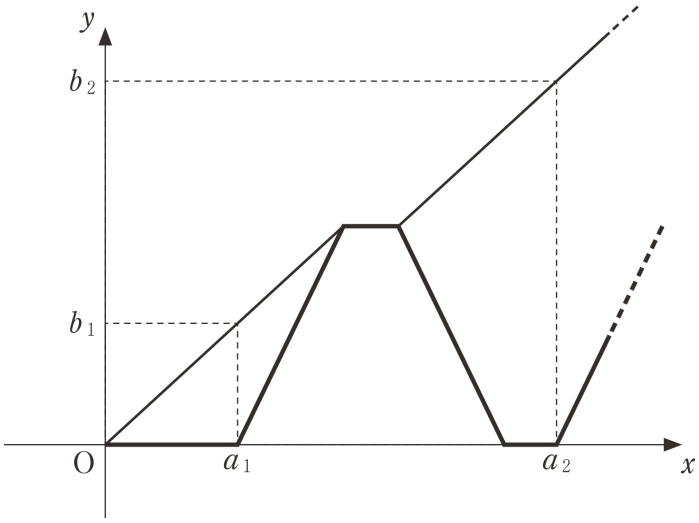
3. 設問の分析 大問4 数列

以下のように，歩行者と自転車が自宅を出発して移動と停止を繰り返している。歩行者と自転車の動きについて，数学的に考えてみよう。

自宅を原点とする数直線を考え，歩行者と自転車をその数直線上を動く点とみなす。数直線上の点の座標が y であるとき，その点は位置 y にあるということにする。また，歩行者が自宅を出発してから x 分経過した時点を時刻 x と表す。歩行者は時刻 0 に自宅を出発し，正の向きに毎分 1 の速さで歩き始める。自転車は時刻 2 に自宅を出発し，毎分 2 の速さで歩行者を追いかける。自転車が歩行者に追いつくと，歩行者と自転車はともに 1 分だけ停止する。その後，歩行者は再び正の向きに毎分 1 の速さで歩き出し，自転車は毎分 2 の速さで自宅に戻る。自転車は自宅に到着すると，1 分だけ停止した後，再び毎分 2 の速さで歩行者を追いかける。これを繰り返し，自転車は自宅と歩行者の間を往復する。

$x = a_n$ を自転車が n 回目に自宅を出発する時刻とし，$y = b_n$ をそのときの歩行者の位置とする。

(1) 花子さんと太郎さんは，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を求めるために，歩行者と自転車について，時刻 x において位置 y にいることを O を原点とする座標平面上の点 (x, y) で表すことにした。



$a_1 = 2$，$b_1 = 2$により，自転車が最初に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は(2，0)であり，そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は(2，2)である。また，自転車が最初に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は(［ア］，［ア］)である。よって

$a_2 =$［イ］，$b_2 =$［ウ］

である。

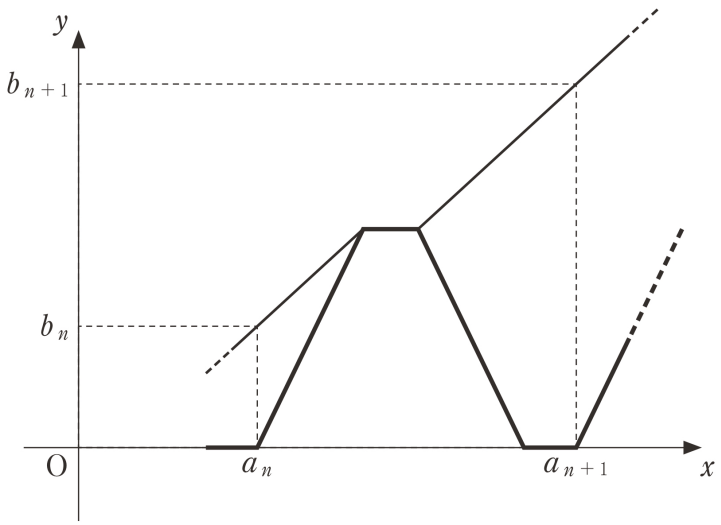
花子：数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の一般項について考える前に，(［ア］，［ア］)の求め方について整理してみようか。

太郎：花子さんはどうやって求めたの？

花子：自転車が歩行者を追いかけるときに，間隔が1分間に1ずつ縮まっていくことを利用したよ。

太郎：歩行者と自転車の動きをそれぞれ直線の方程式で表して，交点を計算して求めることもできるね。

自転車が n 回目に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は $(a_n,\ 0)$ であり，そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は $(a_n,\ b_n)$ である。よって，n 回目に自宅を出発した自転車が次に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は，a_n，b_n を用いて，$\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$ と表せる。



$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ a_n	① b_n	② $2a_n$
③ $a_n + b_n$	④ $2b_n$	⑤ $3a_n$
⑥ $2a_n + b_n$	⑦ $a_n + 2b_n$	⑧ $3b_n$

以上から，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$について，自然数nに対して，関係式

$$a_{n+1} = a_n + \boxed{\text{カ}}\, b_n + \boxed{\text{キ}} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

$$b_{n+1} = 3\, b_n + \boxed{\text{ク}} \quad \cdots\cdots \text{②}$$

が成り立つことがわかる。まず，$b_1 = 2$と②から

$$b_n = \boxed{\text{ケ}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を得る。この結果と，$a_1 = 2$および①から

$$a_n = \boxed{\text{コ}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

がわかる。

ケ，コ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $3^{n-1} + 1$	① $\frac{1}{2} \cdot 3^n + \frac{1}{2}$
② $3^{n-1} + n$	③ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + n - \frac{1}{2}$
④ $3^{n-1} + n^2$	⑤ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + n^2 - \frac{1}{2}$
⑥ $2 \cdot 3^{n-1}$	⑦ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} - \frac{1}{2}$
⑧ $2 \cdot 3^{n-1} + n - 1$	⑨ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + n - \frac{3}{2}$
ⓐ $2 \cdot 3^{n-1} + n^2 - 1$	ⓑ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + n^2 - \frac{3}{2}$

⑵　歩行者が$y = 300$の位置に到着するときまでに，自転車が歩行者に追いつく回数は サ 回である。また，サ 回目に自転車が歩行者に追いつく時刻は，$x =$ シスセ である。