龍谷大学文系数学対策講座

【担当】ベリタスアカデミー数学講師 西野 昂大

【対策講座の受講の仕方】

①解答時間60分で、何も見ずに問題を解いていきましょう。
②すべて解き終えたら、解説動画を見てください。
③間違えた問題について解説動画を確認するのはもちろんですが、正解した問題についても自分の解法と解説動画の解法が異なる場合はしっかりと確認して、解法の引き出しを増やしておきましょう。

【傾向と対策】

問題の難易度は基礎から標準的なものです。難問は出題されていません。
対策としては、教科書の例題や章末問題からスタートしていくと良いです。問題を解く際は、記述の書き方を意識して、減点されない書き方を目指しましょう。教科書の解答がどの部分を記述しているのかを意識しながら勉強してください。
教科書の例題や章末問題を解き終えた人は、過去問にチャレンジしていきましょう。（時間がない人は、教科書と過去問を並行して進めてもかまいません。）
ここでは、時間配分を意識していきます。
試験時間は60分で、問題の難易度と合わせて考えると十分に時間は足りると思われます。
ただし、見直しの時間を何分とるかを考えておくようにしてください。
見直しの時間を10分取るのであれば、50分で一通りは解いてしまわなくてはいけません。
その設定時間に無理がないかどうかを、しっかりと確認するようにしましょう。

Ⅰ 次の問いに答えなさい。ただし，$\log_{10}2=0.301$，$\log_{10}7=0.845$ とする。

(1) $\log_{10}35$ を求めなさい。

(2) $2^{5n+1}>35^n$ となる最大の自然数 n を求めなさい。

(解答)

(メモ)

Ⅱ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ がある。

$a_1=1$，$a_{n+1}=4a_n+27n$（$n\geqq 1$）

$b_n=a_n+9n$（$n\geqq 1$）

(1) b_{n+1} を b_n の式で表しなさい。

(2) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を，それぞれ求めなさい。

（解答）

（メモ）

Ⅲ 関数 $f(x)=2x^3-2(a+1)x^2-(a+3)x$ は，$x=a$ で極値-36 をとる。ただし，a は定数とする。

(1) a の値を求めなさい。

(2) $y=f(x)$ のグラフを描きなさい。

(3) $f(x)=-28$ となる x の値をすべて求めなさい。

(解答)

(メモ)

Ⅰ 次の問いに答えなさい。ただし，$\log_{10}2=0.301$，$\log_{10}7=0.845$ とする。

(1) $\log_{10}35$ を求めなさい。

(2) $2^{5n+1}>35^n$ となる最大の自然数 n を求めなさい。

【問題の分析】

テーマは、「不等式を満たす最小の自然数を求める」。不等式がそのままの形では扱いにくいため、常用対数を用いて式変形を行います。式変形のあとは、「解く」のではなく、値を「当てはめる」というのがポイントになります。

（解答）

（メモ）

Ⅱ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がある。

$a_1=1$, $a_{n+1}=4a_n+27n$ $(n\geqq 1)$

$b_n=a_n+9n$ $(n\geqq 1)$

(1) b_{n+1} を b_n の式で表しなさい。

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を，それぞれ求めなさい。

【問題の分析】

テーマは、「漸化式」。
いくつか解き方はありますが、解説では置き換えの式を利用した解法をしています。
①置き換えの式のn→n+1にする
②漸化式を代入する
③置き換えの式の形を作る
の手順をしっかりと確認しましょう。

（解答）

（メモ）

Ⅲ 関数 $f(x)=2x^3-2(a+1)x^2-(a+3)x$ は，$x=a$ で極値-36 をとる。ただし，a は定数とする。

(1) a の値を求めなさい。

(2) $y=f(x)$ のグラフを描きなさい。

(3) $f(x)=-28$ となる x の値をすべて求めなさい。

【問題の分析】

テーマは、「極値問題」。
極値の条件から3次関数を決定していく問題です。まずは、与えられた極値の条件から正確に条件式を作り出していきましょう。そこから、3次関数を決定していきます。
(2)のグラフを書く問題、(3)のxの値を求める問題では正確な計算力が問われています。

講評

(1) $x=a$ で極値 -36 をとることから，関数 $f(x)$ は以下の条件 (i), (ii) を満たす。

$$\text{(i) } f'(a)=0, \qquad \text{(ii) } f(a)=-36$$

(i) $f'(a)=0$：$f'(x)=6x^2-4(a+1)x-(a+3)$ だから，

$$f'(a)=2a^2-5a-3$$

したがって，

$$2a^2-5a-3=0 \iff (2a+1)(a-3)=0$$
$$\iff a=-\frac{1}{2},3$$

(ii) $f(a)=-36$：$f(a)=-3a^2-3a$ より，

$$-3a^2-3a=-36 \iff (a-3)(a+4)=0$$
$$\iff a=3,-4$$

条件 (i), (ii) が両方とも成り立たなければならないため，求める a の値は，

$$a=3$$

(2) $a=3$ より，関数 $f(x)$ は

$$f(x)=2x^3-8x^2-6x$$

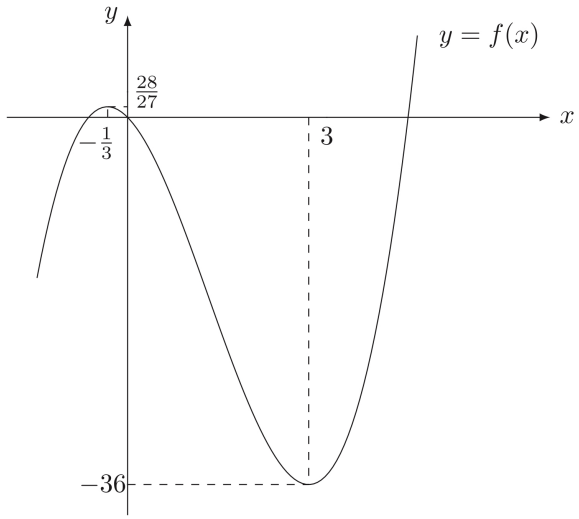
よって，

$$f'(x)=6x^2-16x-6=2(3x+1)(x-3)$$

であるから，増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	$-\frac{1}{3}$	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$\frac{28}{27}$	↘	-36	↗

したがって，$y=f(x)$ のグラフは次のようになる。



(3) $f(x)=2x^3-8x^2-6x$ より，

$$f(x)=-28 \iff 2x^3-8x^2-6x+28=0$$
$$\iff x^3-4x^2-3x+14=0$$

$g(x)=x^3-4x^2-3x+14$ とおくと，$g(2)=0$ であるので，$g(x)$ は $x-2$ で割り切れる。割り算を実行して

$$g(x)=(x-2)(x^2-2x-7)=0$$

であるから

$$x=2,\ 1\pm2\sqrt{2}$$

（注意）問 (1) で関数 $f(x)$ は条件 (i), (ii) の両方を満たすことに気をつけよう．また，問 (2) でグラフを描くときは増減表をしっかりと書くようにしよう。