

試験日： 2021年7月3日(土)  
入試種別： 2022年度 先端理工学部 数理・情報科学課程 編転入学試験問題  
学部・研究科： 先端理工学部 数理・情報科学課程  
科目名： 専門 I

解答例

I

(1)

ロピタルの定理を2回適用する.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1+x-e^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{1-e^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{-e^x} = -2$$

(2)

$$(a) \int_0^\pi x \sin x \, dx = [-x \cos x]_0^\pi + \int_0^\pi \cos x \, dx = \pi + [\sin x]_0^\pi = \pi$$

$$(b) \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{-1+\epsilon}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} [\arcsin x]_{-1+\epsilon}^0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$(c) \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \text{ より,}$$

$$\begin{aligned} \int_1^\infty \frac{dx}{x(x+1)} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \int_1^N \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} [\log x - \log(x+1)]_1^N = \lim_{N \rightarrow \infty} \log \frac{N}{N+1} + \log 2 = \log 2. \end{aligned}$$

II

(1)

$$(a) A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}.$$

$$(b) B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(2)

直線  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  は  $x$  軸となす角が  $\frac{\pi}{6}$  の直線である. この直線に関する対称移動は, 軸を  $-\frac{\pi}{6}$  回転させて,  $x$  軸対称移動を行い,  $\frac{\pi}{6}$  回転させればよいので, 求める行列  $C$  は

$$C = A B A^{-1}.$$

(3)

$$C = A B A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

(4)

対称移動の行列なので固有値は  $\lambda = \pm 1$ .

$\lambda = 1$  のとき,  $(C - I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  を計算すると,  $\sqrt{3}y = x$ . したがって, 固有ベクトルは  $k \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$  ( $k \neq 0$ ).

$\lambda = -1$  のとき,  $(C + I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  を計算すると,  $\sqrt{3}x = -y$ . したがって, 固有ベクトルは  $k \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$  ( $k \neq 0$ ).

### III

C 言語で記述したものを示す.

```
#include <stdio.h>

int main() {
    int x, y, zi;
    int n1 = 0; /* = |{zi : zi < x}| */
    int n2 = 0; /* = |{zi : x <= zi < y}| */
    int n3 = 0; /* = |{zi : y <= zi}| */
    scanf("%d", &x);
    scanf("%d", &y);
    for (;;) {
        scanf("%d", &zi);
        if (zi <= 0) { /* 終了 */
```

```

        break;
    }
    if (zi < x) {
        n1++; /* = |{zi : zi < x}| */
    }
    if ((x <= zi) && (zi < y)) {
        n2++; /* = |{zi : x <= zi < y}| */
    }
    if (y <= zi) {
        n3++; /* = |{zi : y <= zi}| */
    }
}
printf("%d %d %d\n", n1, n2, n3);
return 0;
}

```

最初に2つの整数  $x$  と  $y$  を読み込む。その後は整数( $z_i$ )をひとつ読むごとに、 $x$  未満、 $x$  以上  $y$  未満、 $y$  以上の条件それぞれに対して成立するか否かを調べ、成立すれば条件それぞれに対応する変数  $n_1, n_2, n_3$  を1増加する。なお  $z_i$  が0以下の場合には、勘定した  $n_1, n_2, n_3$  を表示してプログラムの実行を終える。

なお  $x$  と  $y$  の大小関係に関して何も条件が与えられていないので、 $x > y$  の値が与えられる場合もあり得る。すなわち、 $x < y$  を暗黙の前提としてはならない点に注意が必要である。