

試験日 : 2022年7月2日(土)

入試種別 : 2023年度3年次編転入学試験問題

学部・研究科 : 先端理工学部 知能情報メディア課程

科目名 : 専門I

解答又は解答例

1

(1)

$$\frac{d}{dx}(x \log x) = \log x + x \cdot \frac{1}{x} = \log x + 1$$

(2)

前問より

$$\log x = \frac{d}{dx}(x \log x) - 1 = \frac{d}{dx}(x \log x - x)$$

$$\int_1^e \log x dx = [x \log x - x]_1^e = (e \log e - e) - (1 \log 1 - 1) = 1$$

(3)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{1}{2}x^2} dx &= \int_{-\infty}^{\infty} x \left( -e^{-\frac{1}{2}x^2} \right)' dx \\ &= \left[ x \left( -e^{-\frac{1}{2}x^2} \right) \right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} 1 \left( -e^{-\frac{1}{2}x^2} \right) dx \\ &= 0 + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \\ &= \sqrt{2\pi} \end{aligned}$$

2

(1)

$\det(A-\lambda E)=0$  より、 $(3-2\lambda)^2-1=0$  よって  $\lambda=1, 2$

$$(A-\lambda E)x=0 \text{ なので、} \begin{pmatrix} 3-2\lambda & 1 \\ 1 & 3-2\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda=1$  のとき、 $x_1+x_2=0$  よって固有ベクトルは  $t(1, -1)^t$  ( $t \neq 0$ )

$\lambda=2$  のとき、 $-x_1+x_2=0$  よって固有ベクトルは  $t(1, 1)^t$  ( $t \neq 0$ )

(2)

$$p_1 = \frac{p_1}{\|p_1\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \text{ 同様に、} p_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(3)

A は対称行列なので、与えられた関係式のように直交行列 P によって対角化できる。

このとき、行列 P は規格化された固有ベクトルを固有値と対応する順番で並べたもの

である。したがって、 $P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, P^{-1} = P^t = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$