

数 学 (1)

I 次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の大小を比較しなさい。

$$\frac{1}{2}, \log_{25} 6, \log_5 2$$

(2) 関数  $y = |x^2 - 6x + 5|$  のグラフを描きなさい。

(3) ベクトル  $\vec{a} = (1, 2)$  となす角が  $\frac{\pi}{4}$  で、大きさが  $\sqrt{10}$  であるベクトルをすべて求めなさい。

II 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{4a_n + 2}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 方程式

$$x = \frac{4x + 2}{x + 3}$$

の2つの解  $\alpha, \beta$  を求めなさい。ただし、 $\alpha > \beta$  とする。

(2) (1)で求めた  $\alpha, \beta$  を用いて、数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = \frac{a_n - \alpha}{a_n - \beta} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。 $b_1$  を求めなさい。さらに、 $\{b_n\}$  が等比数列になることを示しなさい。

(3)  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。

III  $a$  を正の定数とし、曲線  $y = \frac{4}{x}$  上の点  $A(2a, \frac{2}{a})$  における接線を  $\ell$  とする。

(1) 直線  $\ell$  の方程式を  $a$  を用いて表しなさい。

(2) 曲線  $y = \frac{3}{x}$  と直線  $\ell$  の共有点の座標を  $a$  を用いて表しなさい。

(3) 曲線  $y = \frac{3}{x}$  と直線  $\ell$  で囲まれた図形の面積を求めなさい。

数 学 (2)

I 次の問いに答えなさい。

(1) 次の数の大小を比較しなさい。

$$\frac{1}{2}, \log_{25} 6, \log_5 2$$

(2) 関数  $y = |x^2 - 6x + 5|$  のグラフを描きなさい。

(3) ベクトル  $\vec{a} = (1, 2)$  となす角が  $\frac{\pi}{4}$  で、大きさが  $\sqrt{10}$  であるベクトルをすべて求めなさい。

II 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  がある。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{4a_n + 2}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 方程式

$$x = \frac{4x + 2}{x + 3}$$

の2つの解  $\alpha, \beta$  を求めなさい。ただし、 $\alpha > \beta$  とする。

(2) (1)で求めた  $\alpha, \beta$  を用いて、数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = \frac{a_n - \alpha}{a_n - \beta} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。 $b_1$  を求めなさい。さらに、 $\{b_n\}$  が等比数列になることを示しなさい。

(3)  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。

III  $k$  を定数として、円の方程式

$$x^2 - 2x + y^2 - 3 + k(x - y + 1) = 0$$

を考える。

(1)  $k = 2$  のとき、円の中心の座標と半径を求めなさい。

(2)  $k$  の値によらず、この円は2つの定点を通る。これらの定点の座標を求めなさい。

(3)  $k$  の値が変化するとき、円の半径の最小値を求めなさい。