

数 学 (1)

I 次の問いに答えなさい。

- (1) $\frac{1}{\sqrt{10}-3}$ の小数部分を a とする。 $a + \frac{1}{a}$ と $a^2 + \frac{1}{a^2}$ の値を求めなさい。
- (2) 大中小3つのさいころを投げるとき、出る目の積が12となる確率を求めなさい。
- (3) 空間の2点 $A\left(\frac{1}{2}, -2, 2\right)$, $B(2, -6, -4)$ を通る直線が、 xy 平面と交わる点の座標を求めなさい。

II 次の会話文を読み、以下の問いに答えなさい。

瀬田さん:「三角関数の公式は数が多すぎて覚えるのが大変だよ。」

深草さん:「でも加法定理を知っていれば多くの公式を作ることができるよ。」

たとえば次の加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \quad \text{①}$$

において、 β を α におき換えると

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha \cos\alpha + \cos\alpha \sin\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

が得られるね。こうすると、

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha \quad \text{②}$$

という2倍角の公式を作ることができるんだ。」

大宮先生:「その考え方を利用すれば3倍角の公式も導けそうですね。」

瀬田さん:「もしかすると n 倍角の公式も導けるのかな。」

(1) 会話文中の公式①, ②, 次の三角比の相互関係および加法定理

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

を利用して3倍角の公式

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

が成り立つことを示しなさい。

(2) $0 \leq \alpha < 2\pi$ とする。 $\sin 3\alpha = \sin\alpha$ を満たす α をすべて求めなさい。

III 関数 $f(x) = x^2 e^{-x}$ を考える。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べなさい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$, x 軸, 直線 $x = 2$ によって囲まれた図形の面積を求めなさい。

英語

日本史

世界史

政治・経済

数(文系型)

数(理系型)

物理

化学

生物

正解・正解例
講評

国語

数 学 (2)

I 次の問いに答えなさい。

- (1) $\frac{1}{\sqrt{10}-3}$ の小数部分を a とする。 $a + \frac{1}{a}$ と $a^2 + \frac{1}{a^2}$ の値を求めなさい。
- (2) 大中小3つのさいころを投げるとき、出る目の積が12となる確率を求めなさい。
- (3) 空間の2点 $A\left(\frac{1}{2}, -2, 2\right)$, $B(2, -6, -4)$ を通る直線が、 xy 平面と交わる点の座標を求めなさい。

II 次の会話文を読み、以下の問いに答えなさい。

瀬田さん:「三角関数の公式は数が多すぎて覚えるのが大変だよ。」
 深草さん:「でも加法定理を知っていれば多くの公式を作ることができるよ。
 たとえば次の加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \quad \text{①}$$

において、 β を α におき換えると

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha \cos\alpha + \cos\alpha \sin\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

が得られるね。こうすると、

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha \quad \text{②}$$

という2倍角の公式を作ることができるんだ。」
 大宮先生:「その考え方を利用すれば3倍角の公式も導けそうですね。」
 瀬田さん:「もしかすると n 倍角の公式も導けるのかな。」

(1) 会話文中の公式①, ②, 次の三角比の相互関係および加法定理

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

を利用して3倍角の公式

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

が成り立つことを示しなさい。

(2) $0 \leq \alpha < 2\pi$ とする。 $\sin 3\alpha = \sin\alpha$ を満たす α をすべて求めなさい。

III 関数 $f(x) = |x^2 - 2x| - x$ を考える。

- (1) $y = f(x)$ のグラフを描きなさい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。