試験日：　　　　2024 年 9 月 7 日（土）
入試種別：　　　2025 年度　大学院（修士課程）入学試験問題
学部・研究科：　先端理工学研究科　数理・情報科学コース
科目名：　　　　専門

解答例

応用数理（問題群 B）

B 1

(1)

速度は

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}(t) = \left(-\sqrt{2}\sin t, 2\cos 2t\right).$$

加速度は

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}(t) = \left(-\sqrt{2}\cos t, -4\sin 2t\right).$$

(2)

$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{0}$　なので，$\cos t = \sin 2t = 0$, $0 \leqq t \leqq 2\pi$ より，

$$t = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3\pi}{2}.$$

これらに対して，

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(-\sqrt{2}, -2\right), \quad \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \left(\sqrt{2}, -2\right).$$

(3)

$|\boldsymbol{r}(t)|^2 = 2\cos^2 t + \sin^2 2t = -4\left(\cos^2 t - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}$ なので，$t = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ で最大となる。このとき，$|\boldsymbol{r}(t)| = \frac{3}{2}$ である。

B 2

(1)

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = [\mathrm{Arctan}\, x]_{-1}^{1} = \frac{\pi}{2}$$

(2)

$x = -1,0,1$ のとき，それぞれ $\frac{1}{1+x^2} = 1/2,1,1/2$ なので，近似値は，

$$1 \cdot (1/2 \cdot 1/2 + 1 + 1/2 \cdot 1/2) = 3/2.$$

(3)

```
double f(double x){
        return 1.0/(1.0+x*x);
}
double trapezoidal(int n){
        double integral;
        double dx;
        int i;
        dx = 2.0/n;
        integral = dx*(f(-1.0)+f(1.0))/2;
        for(i = 1; i < n; i++) integral += dx*f(-1.0+2.0*i/n);
        return integral;
}
```

B 3

確率変数 X は，製品に実際に欠陥がある（ない）場合，$X = 1$ ($X = 0$) とする。
また，確率変数 Y は，検査で欠陥がある（ない）という結果が出る場合，
$Y = 1$ ($Y = 0$) とする。

(1)

$$P(X = 0) = 97/100$$

(2)

$$P(Y = 1|X = 1) = \frac{P(X = 1, Y = 1)}{P(X = 1)} = 99/100$$

(3)

$$P(Y=0|X=0)=\frac{P(X=0,Y=0)}{P(X=0)}=90/100$$

(4)

ベイズの定理より,

$$P(X=1|Y=1)=\frac{P(X=1)P(Y=1|X=1)}{P(X=0)P(Y=1|X=0)+P(X=1)P(Y=1|X=1)}$$

$P(Y=1|X=0)=\frac{P(X=0,Y=1)}{P(X=0)}=10/100$ および, (1), (2) より,

$$P(Y=1|X=1)=\frac{297}{1267}.$$

情報科学（問題群 C）

C1

（1）

配列の添字は 0 から始まるものとする．配列 a の添字として整数型変数 j と k を用いる．以下，配列 a の要素を単に「要素」とだけ表記する．

最初に $j=0, k=n-1$ として，以降

（添字が j 未満の要素はすべて奇数）∧（添字が k より大きい要素はすべて偶数）

を常に成立させながら j と k の間を狭めてゆき，最終的に $j=k$ とすればよい．このとき

(j=k) ∧（添字が j 未満の要素はすべて奇数）
∧（添字が k より大きい要素はすべて偶数）

であり，a[j] (= a[k]) は偶数または奇数なので，

（添字が j 未満の要素はすべて奇数）∧（添字が j 以上の要素はすべて偶数）

あるいは

（添字が j 以下の要素はすべて奇数）
∧（添字が j より大きい要素はすべて偶数）

のいずれかが成立する．すなわち，配列の前の方に奇数，後ろの方に偶数が集まっている．

j と k の間の狭める方法は以下の通りである．

1. a[j] が奇数（かつ $j < k$）である限り，繰り返し j を 1 増加する．
2. a[k] が偶数（かつ $j < k$）である限り，繰り返し k を 1 減少する．
3. $j < k$ なら a[j] と a[k] の値を交換して，j を 1 増加し，k を 1 減少する．

すると以下の関係が成立する．

（添字が j 未満の要素はすべて奇数）∧（添字が k より大きい要素はすべて偶数）

もし $j = k$ になれば，実行全体を終了し，$j < k$ であれば上記の手順を繰り返す.

(2)

C 言語で記述したものを示す.

```
void f(int a[], int n) {
  int j = 0;
  int k = n-1;
  /* 添字が j 未満の a[]の要素はすべて奇数 */
  /* 添字が k より大きい a[]の要素はすべて偶数 */
  while (j < k) {
    /* j < k */
    /*=== a[j]が偶数である最小の j を探す ===*/
    while ((j < k) && ((a[j] % 2) == 1)) {
      j++;
    }
    /*=== a[k]が奇数である最大の k を探す ===*/
    while ((j < k) && ((a[k] % 2) == 0)) {
      k--;
    }
    if (j < k) {
      /*=== a[j] と a[k] の値を交換 ===*/
      int t = a[j];
      a[j] = a[k];
      a[k] = t;
      j++;
      k--;
    }
  }
}
```

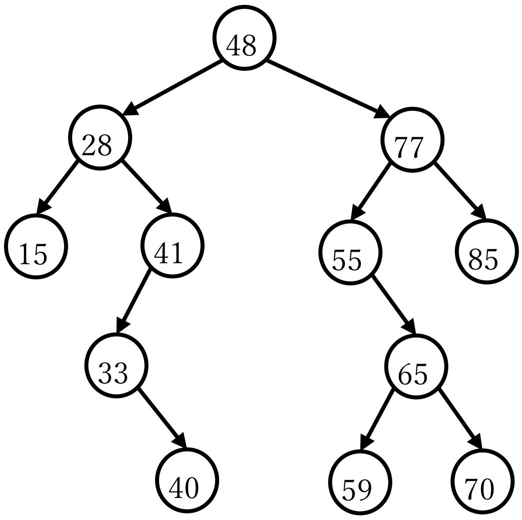
C 2

(1)

48, 77, 55 の順に比較される。

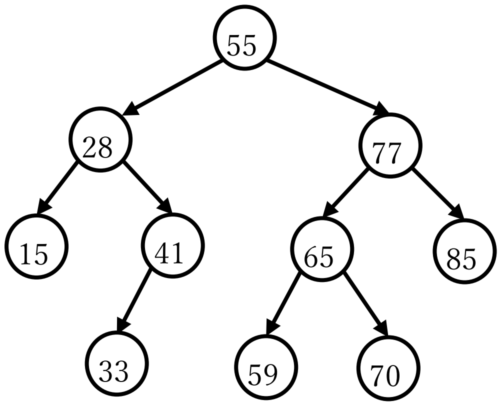
(2)

枝(と節点)の追加 1 回で次のようになる。

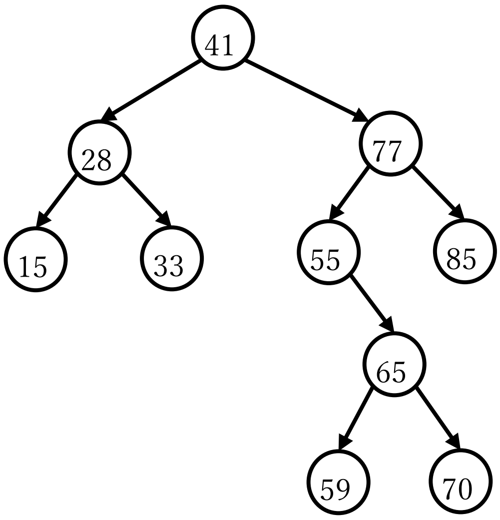


(3)

データの変更 2 回、枝(と節点)の削除 1 回(と枝の付け替え 1 回)で次のようになる。



別解: データの変更 2 回、枝(と節点)の削除 1 回(と枝の付け替え 1 回)で次のようになる。



(4)

二分探索木の根となっているノードを n として以下の手順 P を適用する。

手順 P:

1. n に左の子があれば、左の子を n として手順 P を再帰的に適用する。
2. n に格納されているデータを出力する。
3. n に右の子があれば、右の子を n として手順 P を再帰的に適用する。