試験日　：　2024 年 9 月 7 日（土）

入試種別　：　2025 年度　大学院(修士課程)入学試験問題

学部・研究科：先端理工学研究科　機械工学・ロボティクスコース

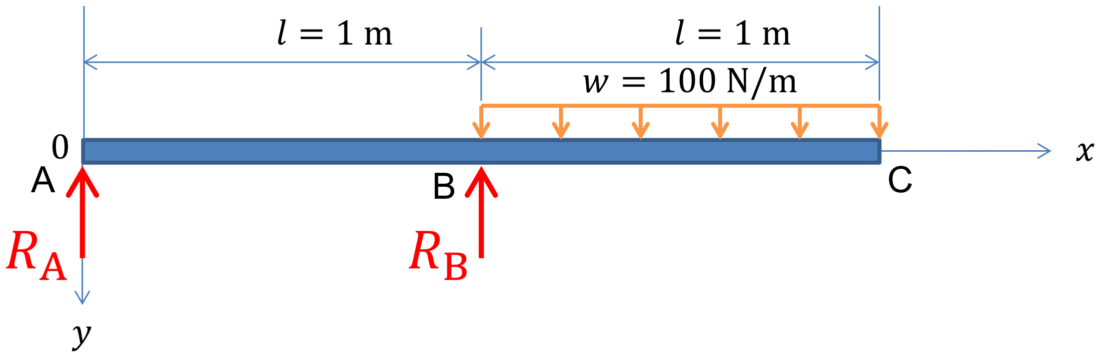
科目名　：　専門科目

解答又は解答例

材料力学

Ⅰ.

（1）



上下方向の力のつり合いから

$$-100 + R_A + R_B = 0$$

点 A に関するモーメントのつり合いから

$$-100 \times \frac{3}{2} + R_B \times 1 = 0$$

$$\therefore R_A = -50\ \mathrm{N},\ R_B = 150\ \mathrm{N}$$

【AB 区間】

xの位置の断面のせん断力は,

$$-S_x + R_A = 0$$

$$\therefore S_x = -50\ \mathrm{N}$$

xの位置の断面の曲げモーメントは,

$$+M_x - R_{\mathrm{A}}x = 0$$

$$\therefore M_x = -50x$$

【BC 区間】

xの位置の断面のせん断力は,

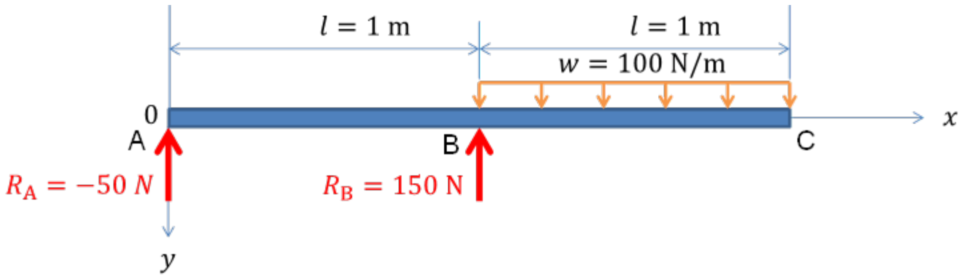
$$+S_x - w(2l - x) = 0$$

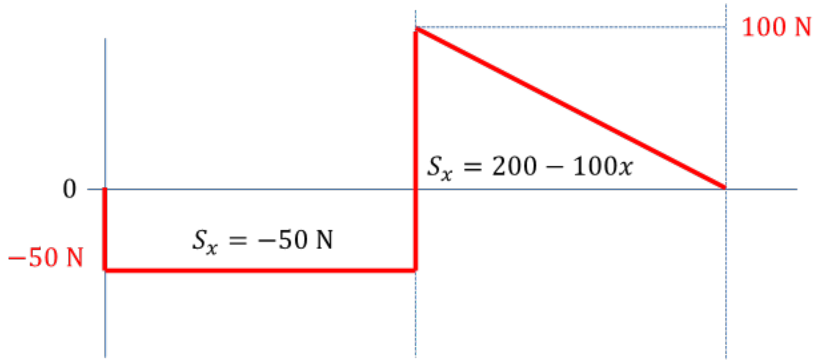
$$\therefore S_x = 200 - 100x$$

xの位置の断面の曲げモーメントは,

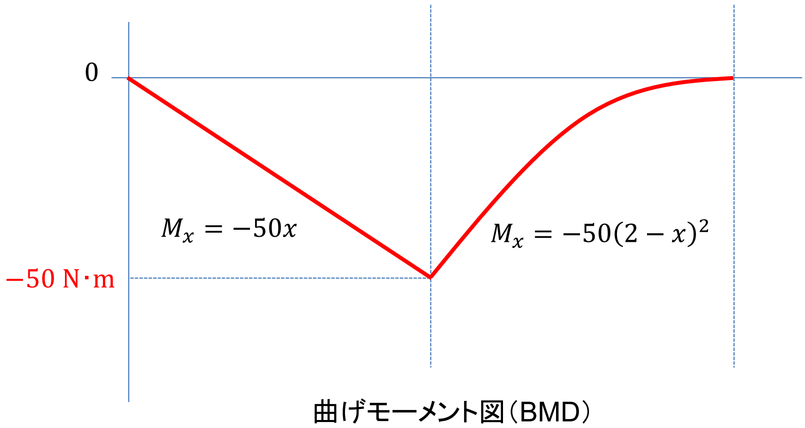
$$-M_x - w(2l - x) \times \frac{(2l - x)}{2} = 0$$

$$\therefore M_x = -50(2 - x)^2$$





せん断力図(SFD)



曲げモーメント図（BMD）

（２）

最大曲げ応力は，B 点の中空丸棒の表面で発生し，

$$Z = \frac{I}{\frac{d_0}{2}} = \frac{100000}{20} = 5000\ \mathrm{mm^3}$$

$$\therefore \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \left|\frac{50000}{5000}\right| = 10\ \mathrm{N/mm^2} = 10\ \mathrm{MPa}$$

（３）

たわみの基礎式に AB 区間の曲げモーメントを代入すると

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{50}{EI}x$$

たわみ角は，

$$\frac{dy}{dx} = \frac{25}{EI}x^2 + c_1$$

たわみ曲線は，

$$y = \frac{25}{3EI}x^3 + c_1x + c_2$$

境界条件は,

$$y\Big|_{\substack{\mathrm{AB}\\x=0}}=0,\ y\Big|_{\substack{\mathrm{AB}\\x=1}}=0$$

$$\therefore c_1=-\frac{25}{3EI},\ c_2=0$$

したがって, たわみ曲線は,

$$\therefore y=\frac{25}{3EI}x^3-\frac{25}{3EI}x$$

AB 区間の最大変位の発生位置は,

$$\frac{25}{EI}x^2-\frac{25}{3EI}=0$$

$$x^2=\frac{1}{3}$$

$$\therefore x=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

したがって, AB 区間の最大変位は,

$$\therefore y_{\max}=\frac{25}{3EI}\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3-\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}=\frac{25}{3EI}\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=-\frac{50\sqrt{3}}{27EI}$$

機械力学

Ⅰ.

（1）質量M_1の x 方向の運動方程式　$m_1\ddot{x}_1=-T_1\sin\theta_1+T_2\sin\theta_2$

質量M_1の y 方向の運動方程式　$m_1\ddot{y}_1=-T_1\csc\theta_1+T_2\cos\theta_2+m_1g$

（2）質量M_2の x 方向の運動方程式　$m_2\ddot{x}_2=-T_2\sin\theta_2$

質量M_2の y 方向の運動方程式　$m_2\ddot{y}_2=-T_2\csc\theta_1+m_2g$

（3）問題文に示された近似式 $\sin\theta\cong\theta,\cos\theta\cong 1$ を用いると運動方程式は次式となる.

質量M_1の x 方向の運動方程式　$m_1\ddot{x}_1 \cong -T_1\theta_1 + T_2\theta_2$

質量M_1の y 方向の運動方程式　$m_1\ddot{y}_1 \cong -T_1 + T_2 + m_1 g$

質量M_2の x 方向の運動方程式　$m_2\ddot{x}_2 \cong -T_2\theta_2$

質量M_2の y 方向の運動方程式　$m_2\ddot{y}_2 \cong -T_2 + m_2 g$

さらに，問題文に示された関係式

$$x_1 = l_1 \sin\theta_1,\ y_1 = l_1\cos\theta_1,\ x_2 = l_1\sin\theta_1 + l_2\sin\theta_2,\ y_2 = l_1\cos\theta_1 + l_2\cos\theta_2$$

から

$$x_1 \cong l_1\theta_1, \qquad y_1 \cong l_1, \qquad x_2 \cong l_1\theta_1 + l_2\theta_2, \qquad y_2 \cong l_1 + l_2$$

が得られ，運動方程式は次式となる．

質量M_1の x 方向の運動方程式　$m_1 l_1\ddot{\theta}_1 \cong -T_1\theta_1 + T_2\theta_2$

質量M_1の y 方向の運動方程式　$0 \cong -T_1 + T_2 + m_1 g$

質量M_2の x 方向の運動方程式　$m_2\left(l_1\ddot{\theta}_1 + l_2\ddot{\theta}_2\right) \cong -T_2\theta_2$

質量M_2の y 方向の運動方程式　$0 \cong -T_2 + m_2 g$

（４）　問（３）で得られた y 方向の 2 つの運動方程式から次の関係式を得る．

$$T_2 \cong m_2 g, \qquad T_1 \cong T_2 + m_1 g \cong (m_1 + m_2)g$$

（５）　問（４）で得られた関係式を質量M_1の x 方向の運動方程式に代入すると次式を得る．

$$m_1 l_1\ddot{\theta}_1 - m_2 g\theta_2 + (m_1 + m_2)g\theta_1 \cong 0 \ \cdots\cdots ①$$

また，問（４）で得られた関係式を質量M_2の x 方向の運動方程式に代入すると次式を得る．

$$m_2\left(l_1\ddot{\theta}_1 + l_2\ddot{\theta}_2\right) + m_2 g\theta_2 \cong 0 \ \cdots\cdots ②$$

① 式を用いて②式から $\ddot{\theta}_1$ を消去すると③式を得る．

$$m_2 l_2\ddot{\theta}_2 - \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m_2)g\theta_1 + \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m_2)g\theta_2 \cong 0 \ \cdots\cdots ③$$

（６）$m_1 = m_2 = m$ および $l_1 = l_2 = l$ を問（５）で得られた①式，③式に代入すると次式を得る．

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{2g}{l}\theta_1 - \frac{g}{l}\theta_2 \cong 0 \ \cdots\cdots ④$$

$$\ddot{\theta}_2 - \frac{2g}{l}\theta_1 + \frac{g}{l}\theta_2 \cong 0 \ \cdots\cdots ⑤$$

$\theta_1 = A_1 \cos \omega t$ および $\theta_2 = A_2 \cos \omega t$ を④式，⑤式に代入し，行列式で表示すると次式を得る．

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 + \frac{2g}{l} & -\frac{g}{l} \\ -\frac{2g}{l} & -\omega^2 + \frac{2g}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

（７）係数行列の行列式 0 から固有角振動数を求める．

$$\omega^4 - \frac{4g}{l}\omega^2 + \frac{2g^2}{l^2} \cong 0$$

2 次方程式の解の公式から次式を得る．

$$\omega^2 \cong \frac{\frac{4g}{l} \pm \sqrt{\frac{16g^2}{l^2} - 4\frac{2g^2}{l^2}}}{2} = \frac{g}{2l}\left(4 \pm 2\sqrt{2}\right) = \frac{g}{l}\left(2 \pm \sqrt{2}\right)$$

固有角振動数 ω_1, ω_2 は

$$\omega_1 \cong \sqrt{\frac{g}{l}\left(2 + \sqrt{2}\right)}, \qquad \omega_2 \cong \sqrt{\frac{g}{l}\left(2 - \sqrt{2}\right)}$$

となる．

熱力学

Ｉ.

（1）　$C_V = 2R$, $C_P = 3R$

（2）　$Q_{12} = mC_V(T_2 - T_1) = 2mR(T_2 - T_1)$

（3）　$Q_{31} = mC_P\,(T_3 - T_1) = 3mR(T_3 - T_1)$

（4）　熱力学第一法則より、$W = Q_{12} - Q_{31} = mR((2T_2 - 2T_1) - (3T_3 - 3T_1))$

(5)　ポアソンの式より、$T_2V_2^{0.5} = T_3V_3^{0.5}$ が成り立つので、$T_2=2T_3$ が成り立つ。また、ポアソンの式より、$P_2V_2^{1.5} = P_3V_3^{1.5}$ より、$P_2 = 8P_3=8P_1$ が成り立つ。したがって、$T_2 = 8T_1$ となり、$T_3 = 4T_1$ となる。この結果を(3),(4)の結果に代入すると、Q_{12}=14mRT_1, Q_{31}= 9mRT_1 となることから W= 5mRT_1 となる。このことを用いると熱効率＝$W/Q_{12} = 5/14$ となる。

流体工学

損失を含むベルヌーイの式は以下で表される.

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g z_2+\Delta p_\zeta$$

（１）損失が全くない場合，$p_1=p_2$，$v_1=0$，$z_1-z_2=H$，$\Delta p_\zeta=0$より

$$\rho g H=\frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad 従って，v_2=\sqrt{2gH}$$

（２）(1)のv_2を用いて板にかかる力Fは

$$F=\rho Q v_2=\rho\times\frac{\pi}{4}d^2\times v_2^2=\frac{1}{4}\rho\pi d^2\times 2gH=\frac{1}{2}\rho\pi g H d^2$$

（３）損失がある場合，各種の損失合計Δp_ζは

$$\Delta p_\zeta=\left(\zeta_{in}+4\zeta_e+\lambda\frac{L_1+2L_2+L_3+L_4}{d}\right)\times\frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad で与えられるので,$$

$$v_2=\sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta_{in}+4\zeta_e+\lambda\frac{L_1+2L_2+L_3+L_4}{d}}}$$

$$\therefore Q=\frac{\pi}{4}d^2\times\sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta_{in}+4\zeta_e+\lambda\frac{L_1+2L_2+L_3+L_4}{d}}}$$

（４）(3)のv_2を用いて板にかかる力Fは

$$F=\rho Q v_2=\rho\times\frac{\pi}{4}d^2\times v_2^2=\frac{1}{4}\rho\pi d^2\times\left(\frac{2gH}{1+\zeta_{in}+4\zeta_e+\lambda\frac{L_1+2L_2+L_3+L_4}{d}}\right)$$

II.

右の水銀位置から水の入った圧力 p_2の容器までの高さをhとすると，左の水銀位置と右の同じ高さの水銀位置における圧力は等しいので,

$$p_1+\rho g(h+H)=p_2+\rho g h+\rho_{Hg} g H$$

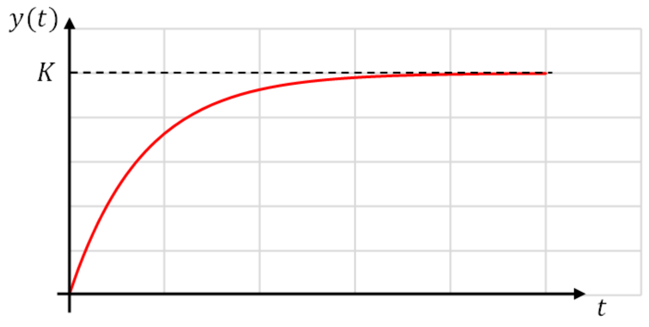
$\therefore p_2 = p_1 + \rho g H - \rho_{Hg} g H = 30000 + 9.8 \times 0.1 \times (1000 - 13600) = 17652\ \text{(Pa)}$

制御工学

Ⅰ.

（１）

$$y(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$



（２）

63.2%

（３）

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}(\omega T)$　　（$\angle G(j\omega) = -\arctan(\omega T)$も可）