試験日：　　　　2025 年 2 月 22 日（土）
入試種別：　　　2025 年度　大学院（修士課程）入学試験問題
学部・研究科：　先端理工学研究科　数理・情報科学コース
科目名：　　　　専門

解答例

B 1

(1)

$$m\frac{d^2x}{dt^2}(t)+b\frac{dx}{dt}(t)+kx(t)=0$$

(2)

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t)+8x(t)=0$$

特性方程式 $s^2+8=0$ の解は $s=\pm 2\sqrt{2}$ なので，一般解は,

$$x(t)=C_1\cos 2\sqrt{2}t+C_2\sin 2\sqrt{2}t\ （C_1, C_2 \text{は定数}）$$

となり初期条件より，$x(t)=\sqrt{2}\sin 2\sqrt{2}t.$　となる。ゆえに，振幅は$\sqrt{2}$

周期は $\pi/\sqrt{2}$ である。

(3)

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t)+6\frac{dx}{dt}(t)+5x(t)=0$$

特性方程式 $s^2+6s+5=0$ の解は $s=-1,-5$ なので，一般解は,

$$x(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{-5t}\ （C_1, C_2 \text{は定数}）$$

となり初期条件より，　$x(t)=e^{-t}-e^{-5t}$　となる。

$\frac{dx}{dt}(t)=0$ を解くと，$t=\frac{1}{4}\log 5$ となる。これが求める時刻で，このとき

$x(\frac{1}{4}\log 5) = \frac{4}{5}5^{-1/4}$ である。

B 2

(1)

$f(x) = x^2 - x - 1$ とする。$f(1) = -1 < 0$, $f(2) = 1 > 0$ である。

$f(\frac{1+2}{2}) = f(\frac{3}{2}) = -1/4 < 0$ より，次の区間は $[3/2,2]$ であり，$x = 3/2$ を近似解とすると，誤差は 0.5 以下である。

$f(\frac{3/2+2}{2}) = f(\frac{7}{4}) = 5/16 > 0$ より，次の区間は $[3/2,7/4]$ であり，$x = 7/4$ を近似解とすると，誤差は 0.25 以下である。

$f(\frac{3/2+7/4}{2}) = f(\frac{13}{8}) = 1/64 > 0$ より，次の区間は $[3/2,13/8]$ であり，$x = 13/8$ を近似解とすると，誤差は 0.125 以下である。

$f(\frac{3/2+13/8}{2}) = f(\frac{25}{16}) = -31/256 < 0$ なので，近似解を $x = 13/8$ または $x = 25/16$ とすると，誤差は 0.0675 以下である。真の解はわからないので，初めて誤差が 0.1 以下になる近似解は $x = 13/8$ である。

(2)

```
double f(double x){
        return x*x-x-1;
}
double bisection(double eps){
        double a = 1.0, b = 2.0;
        double c, sgn;
        while(1){
             c = (a+b)/2;
             sgn = f(a)*f(c);
             if(fabs(a-b)<eps) break;
             if(sgn < 0) b = c;
```

```
            else if(sgn > 0) a = c;
            else break;
        }
        return c;
}
```

B 3

(1)

$E[Y_2] = \frac{1}{2}(E[X_2] + E[X_3]) = \mu$

X_2，X_3 は独立なので,

$V[Y_2] = \frac{1}{4}(V[X_2] + V[X_3]) = \frac{1}{2}\sigma^2$

$E[Y_3] = \frac{1}{3}(E[X_4] + E[X_5] + E[X_6]) = \mu$

X_4，X_5，X_6 は互いに独立なので,

$V[Y_3] = \frac{1}{9}(V[X_4] + V[X_5] + V[X_6]) = \frac{1}{3}\sigma^2$

(2)

$E[aY_1 + bY_2] = aE[Y_1] + bE[Y_2] = (a+b)\mu$ なので，$\mu \neq 0$ より，$a + b = 1.$

(3)

$V[aY_1 + bY_2] = a^2V[Y_1] + b^2V[Y_2] = (a^2 + \frac{1}{2}b^2)\sigma^2$ と $a + b = 1$，$\sigma^2 \neq 0$ より，

$$a^2 + \frac{1}{2}b^2 = \frac{3}{2}(a - \frac{1}{3})^2 + \frac{1}{3}$$

が最小になればよい。$a = 1/3$，$b = 2/3.$

(4)

$E[pY_1 + qY_2 + rY_3] = pE[Y_1] + qE[Y_2] + rE[Y_3] = (p+q+r)\mu$ なので，$\mu \neq 0$ よ

り， $p+q+r=1$.

(5)

$V[pY_1+qY_2+rY_3]=(p^2+\frac{1}{2}q^2+\frac{1}{3}r^2)\sigma^2$ を $p+q+r=1$ の条件下で最小にすればよい。

ラグランジュの未定乗数法を用いる。

$$L(p,q,r)=p^2+\frac{1}{2}q^2+\frac{1}{3}r^2-\lambda(p+q+r-1)$$

とおくと，$\partial L/\partial p=\partial L/\partial q=\partial L/\partial r=0$ と $p+q+r=1$ より，

$$p=1/6,\ q=1/3,\ r=1/2.$$