

数 学 (1)

I 次の問いに答えなさい。

(1) 等式 $x^2 + 2x + 2 = a(x-1)^2 + b(x+2)^2$ が, すべての x に対して成立するような定数 a, b は存在しないことを示しなさい。

(2) 曲線 $y = \tan x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) と x 軸および直線 $x = \frac{\pi}{4}$ で囲まれた部分を, x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(3) 2個のさいころを同時に投げて出る目の数の和を n とするとき, $(1 + \sqrt{3}i)^n$ の絶対値が10以上となる確率を求めなさい。

II k を正の定数として, 直線 $\ell: x + 2y + k = 0$ を考える。次の問いに答えなさい。

(1) 原点と直線 ℓ の距離を k の式で表しなさい。

(2) 直線 ℓ が円 $C: x^2 + y^2 = 6$ によって切り取られてできる線分の長さが2のとき, k の値を求めなさい。また, このときの直線 ℓ と円 C の共有点の座標を求めなさい。

III 座標空間内の3点 $O(0, 0, 0)$, $A(-2, -1, 0)$, $B(0, 2, -2)$ を考える。

(1) 直線 AB に O から垂線 OH を下ろす。点 H の座標を求めなさい。

(2) B を通り直線 OA と平行な直線上の点 R が $|\overrightarrow{OR}| = 3$ を満たす。 R の座標を求めなさい。

数 学 (2)

I 次の問いに答えなさい。

(1) 等式 $x^2 + 2x + 2 = a(x-1)^2 + b(x+2)^2$ が, すべての x に対して成立するような定数 a, b は存在しないことを示しなさい。

(2) 関数 $f(x) = (k+1)x^k + ax + 8$ を考える。 a は正の実数, k は2以上の整数である。 $f(x)$ が次の2式を同時に満たすとき, k と a を求めなさい。

$$f'(1) = 13$$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 16$$

(3) R, Y, U, K, O, K, U の文字がそれぞれ書かれた7枚のカードを並べたとき, 同じ文字が隣り合わない確率を求めなさい。

II k を正の定数として, 直線 $\ell: x + 2y + k = 0$ を考える。次の問いに答えなさい。

(1) 原点と直線 ℓ の距離を k の式で表しなさい。

(2) 直線 ℓ が円 $C: x^2 + y^2 = 6$ によって切り取られてできる線分の長さが2のとき, k の値を求めなさい。また, このときの直線 ℓ と円 C の共有点の座標を求めなさい。

III 座標空間内の3点 $O(0, 0, 0)$, $A(-2, -1, 0)$, $B(0, 2, -2)$ を考える。

(1) 直線 AB に O から垂線 OH を下ろす。点 H の座標を求めなさい。

(2) B を通り直線 OA と平行な直線上の点 R が $|\overrightarrow{OR}| = 3$ を満たす。 R の座標を求めなさい。