

数 学 (1)

I 次の問いに答えなさい。

- (1) 正の定数 t に対して、実数の集合

$$A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}, \quad B = \left\{x \mid -\frac{1}{2}t \leq x \leq \frac{1}{4}t\right\}$$

を考える。 $x \in A$ が $x \in B$ の十分条件となる t の範囲を求めなさい。

- (2) 当たりくじ 3 本、はずれくじ 7 本の入った袋 A と、当たりくじ 2 本、はずれくじ 7 本の入った袋 B がある。A からくじを 1 本取り出し、当たりはずれを見ずにそれを B に入れ、B からくじを 1 本引く。B から引いたくじが当たりであったとき、それが A から取り出されたものである確率を求めなさい。

- (3) 三角形 ABC において、 $AB = 8$, $BC = CA = 5$ のとき、
 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めなさい。

II 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = 2n - 3a_n$$

であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 初項 a_1 を求めなさい。
 (2) a_{n+1} を a_n で表しなさい。
 (3) $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

III 次の関数 $f(x)$ について考える。

$$f(x) = \frac{2\sqrt{3}\sin x}{\cos x - 2}$$

- (1) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、関数 $f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸を調べ、グラフの概形を描きなさい。また、 x 軸との共有点の座標を求めなさい。
 (2) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、方程式 $f(x) = k$ の解が異なる 2 つの実数となるような定数 k の値の範囲を求めなさい。

数 学 (2)

I 次の問いに答えなさい。

- (1) 正の定数 t に対して、実数の集合

$$A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}, \quad B = \left\{x \mid -\frac{1}{2}t \leq x \leq \frac{1}{4}t\right\}$$

を考える。 $x \in A$ が $x \in B$ の十分条件となる t の範囲を求めなさい。

- (2) 当たりくじ 3 本、はずれくじ 7 本の入った袋 A と、当たりくじ 2 本、はずれくじ 7 本の入った袋 B がある。A からくじを 1 本取り出し、当たりはずれを見ずにそれを B に入れ、B からくじを 1 本引く。B から引いたくじが当たりであったとき、それが A から取り出されたものである確率を求めなさい。

- (3) 三角形 ABC において、 $AB = 8$, $BC = CA = 5$ のとき、
 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めなさい。

II 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = 2n - 3a_n$$

であるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 初項 a_1 を求めなさい。
 (2) a_{n+1} を a_n で表しなさい。
 (3) $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

III $0 < t < 1$ として、次の関数を考える。

$$f(t) = \int_0^1 |x(x-t)| dx$$

- (1) $x(x-t) < 0$ となる x の範囲を t を用いて表しなさい。
 (2) $f(t)$ を t の多項式で表しなさい。
 (3) $f(t)$ の最小値とそのときの t の値を求めなさい。